

Matematica&Realtà

Gara di modellizzazione matematica 2018-19

Sezione Avanzata

Rispondere ai quesiti seguenti motivando le risposte ed eventualmente aggiungendo un commento.

Tutta colpa del pecorino

Ettolitri sull'asfalto contro i prezzi imposti dall'industria casearia.

I prezzi del pecorino sono crollati del 37% in tre anni. Le industrie di trasformazione pagano il latte 60 centesimi al litro, meno di quello che gli allevatori spendono per produrlo tra mangimi, trattore e veterinario. I pastori sardi sono stritolati da una morsa che rischia di mettere in ginocchio il 90% delle aziende del settore.

Un litro di latte di pecora vale oggi 56 centesimi, il 23% in meno di luglio.



Fonte: la Repubblica, 12 febbraio 2019



1. Adottando un modello di decrescita esponenziale, stimare il tasso medio mensile di decrescita del prezzo del pecorino.

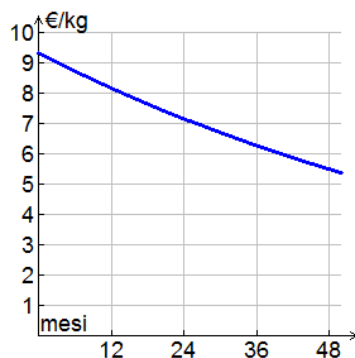
Svolgimento. Secondo i dati a nostra disposizione (vedi immagini), il prezzo del pecorino è passato da 9,33 di luglio 2015 (mese zero) a 5,9 € di gennaio 2019 (data del quotidiano). Se adottiamo un modello esponenziale del tipo

$$\begin{cases} p_0 \text{ start} \\ p_{n+1} = p_n - k p_n = (1-k) p_n \end{cases} \Rightarrow p_n = p_0 (1-k)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ove lo stadio è pari ad un mese e p_n denota il prezzo del pecorino (€/kg) allo stadio n a partire da luglio 2015, otteniamo la relazione

$$\begin{cases} p_0 = 9,33 \\ p_{42} = p_0 (1-k)^{42} = 5,90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 = 9,33 \\ k = 0,011 \end{cases} \Rightarrow p_n = 9,33(1-0,011)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

(vedi grafico seguente ove la curva è quella di supporto della successione, cioè $p(t) = 9,33(1-0,011)^t$).



2. Sulla base del modello prevedere il prezzo di luglio 2019.

Svolgimento. Sulla base del modello, possiamo prevedere che il prezzo del pecorino nel prossimo luglio scenderebbe a

$$p_{48} = 9,33(1 - 0,011)^{48} \cong 5,49 \text{ €kg}$$

3. Confrontare il tasso mensile di diminuzione del prezzo del pecorino con quello di riduzione del valore del latte di pecora.

Svolgimento. Il latte di pecora vale oggi 56 centesimi, ed è sceso del 23% da luglio 2018. Quindi nel luglio 2018 valeva

$$\frac{0,56}{1 - 0,23} \cong 0,72 \text{ €}$$

Se adottiamo anche per il valore del latte un modello esponenziale

$$\ell_n = \ell_0(1 - h)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ove lo stadio è pari ad un mese e ℓ_n denota il valore del pecorino (€/litro) allo stadio n a partire da luglio 2018, otteniamo la relazione

$$\ell_7 = 0,72(1 - h)^7 = 0,56 \Rightarrow h \cong 0,035$$

da cui il modello (vedi grafico sotto)

$$\ell_n = 0,72(1 - 0,035)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Dai due modelli si evincono i due tassi di decrescita:

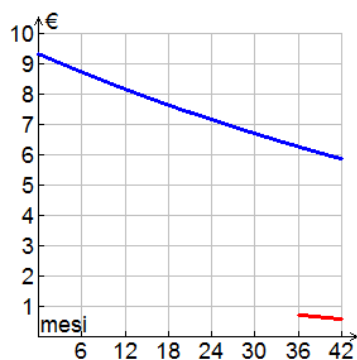
- prezzo del pecorino: $1 - 0,011 = 0,989$

- valore del latte: $1 - 0,035 = 0,965$

I due fattori sembrano molto vicini.

Per un confronto più evidente potremmo rappresentare i due modelli nello stesso sistema di riferimento. A questo proposito, per occorre uniformare l'origine dell'asse dei tempi. E' quindi necessario operare una traslazione nel modello del valore del latte, che diventa

$$\ell_n = 0,72(1 - 0,035)^{(n-36)} \quad n = 36, 37, 38, \dots$$



La differenza nell'ordine di grandezza dell'asse delle ordinate rende comunque il confronto non così significativo (vedi a lato).

In confronto sarebbe più significativo se confrontassimo l'evoluzione della variazione percentuale dei due prezzi.

Adottando un modello del tipo

$$x_n = 100 \cdot a^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ove x_n denota la variazione percentuale allo stadio n , si avrebbe rispettivamente:

- pecorino $P_{42} = 100 \cdot a^{42} = 100 - 37 = 63 \Rightarrow a = \sqrt[42]{0,63} \cong 0,989$

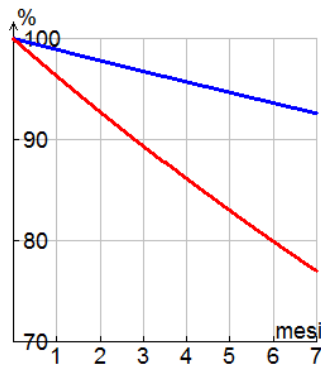
- latte $L_7 = 100 \cdot b^7 = 100 - 23 = 77 \Rightarrow b = \sqrt[7]{0,77} \cong 0,963$

da cui i due modelli (dopo si è uniformato l'origine dell'asse dei tempi):

- pecorino $P_n = 100 \cdot (0.989)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$

- latte $L_n = 100 \cdot (0.963)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$

che sono messi a confronto nell'immagine seguente



L'immagine mostra chiaramente la forte pendenza della riduzione percentuale del valore del latte rispetto a quella del prezzo del pecorino.

