

Matematica&Realtà

Gara di modellizzazione matematica 2018-19

Sezione Avanzata

Rispondere ai quesiti seguenti motivando le risposte ed eventualmente aggiungendo un commento.

Tutta colpa del pecorino

Ettolitri sull'asfalto contro i prezzi imposti dall'industria casearia.

I prezzi del pecorino sono crollati del 37% in tre anni. Le industrie di trasformazione pagano il latte 60 centesimi al litro, meno di quello che gli allevatori spendono per produrlo tra mangimi, trattore e veterinario. I pastori sardi sono stritolati da una morsa che rischia di mettere in ginocchio il 90% delle aziende del settore.

Un litro di latte di pecora vale oggi 56 centesimi, il 23% in meno di luglio.



Fonte: la Repubblica, 12 febbraio 2019

-37%
Il prezzo del pecorino romano è crollato del 37% dal 9,33 euro al chilo di metà 2015 ai 5,9 di oggi

14.000
Il numero dei pastori sardi. Il latte è (dopo il petrolio raffinato) la prima voce dell'economia dell'isola

250 pecore
Le dimensioni medie di un'azienda

0,6 euro
Il prezzo al litro pagato ora dal mercato ai pastori

1. Adottando un modello di decrescita esponenziale, stimare il tasso medio mensile di decrescita del prezzo del pecorino.

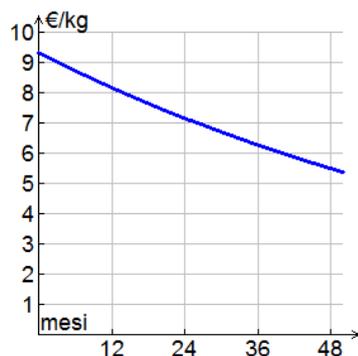
Svolgimento. Secondo i dati a nostra disposizione (vedi immagini), il prezzo del pecorino è passato da 9,33 di luglio 2015 (mese zero) a 5,9 € di gennaio 2019 (data del quotidiano). Se adottiamo un modello esponenziale del tipo

$$\begin{cases} p_0 \text{ start} \\ p_{n+1} = p_n - k p_n = (1-k) p_n \end{cases} \Rightarrow p_n = p_0 (1-k)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ove lo stadio è pari ad un mese e p_n denota il prezzo del pecorino (€/kg) allo stadio n a partire da luglio 2015, otteniamo la relazione

$$\begin{cases} p_0 = 9,33 \\ p_{42} = p_0 (1-k)^{42} = 5,90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 = 9,33 \\ k = 0,011 \end{cases} \Rightarrow p_n = 9,33 (1-0,011)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

(vedi grafico seguente ove la curva è quella di supporto della successione, cioè $p(t) = 9,33(1-0,011)^t$).



2. Sulla base del modello prevedere il prezzo di luglio 2019.

Svolgimento. Sulla base del modello, possiamo prevedere che il prezzo del pecorino nel prossimo luglio scenderebbe a

$$p_{48} = 9,33(1 - 0,011)^{48} \cong 5,49 \text{ €kg}$$

3. Confrontare il tasso mensile di diminuzione del prezzo del pecorino con quello di riduzione del valore del latte di pecora.

Svolgimento. Il latte di pecora vale oggi 56 centesimi, ed è sceso del 23% da luglio 2018. Quindi nel luglio 2018 valeva

$$\frac{0,56}{1 - 0,23} \cong 0,72 \text{ €}$$

Se adottiamo anche per il valore del latte un modello esponenziale

$$\ell_n = \ell_0(1 - h)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ove lo stadio è pari ad un mese e ℓ_n denota il valore del pecorino (€/litro) allo stadio n a partire da luglio 2018, otteniamo la relazione

$$\ell_7 = 0,72(1 - h)^7 = 0,56 \Rightarrow h \cong 0,035$$

da cui il modello (vedi grafico sotto)

$$\ell_n = 0,72(1 - 0,035)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Dai due modelli si evincono i due tassi di decrescita:

- prezzo del pecorino: $1 - 0,011 = 0,989$

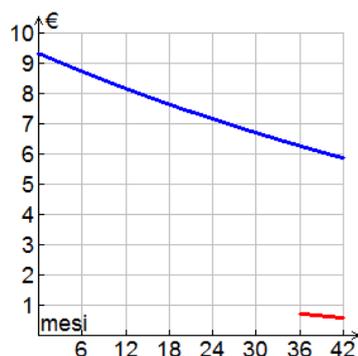
- valore del latte: $1 - 0,035 = 0,965$

I due fattori sembrano molto vicini.

Per un confronto più evidente potremmo rappresentare i due modelli nello stesso sistema di riferimento.

A questo proposito, per occorre uniformare l'origine dell'asse dei tempi. E' quindi necessario operare una traslazione nel modello del valore del latte, che diventa

$$\ell_n = 0,72(1 - 0,035)^{(n-36)} \quad n = 36, 37, 38, \dots$$



La differenza nell'ordine di grandezza dell'asse delle ordinate rende comunque il confronto non così significativo (vedi a lato).

In confronto sarebbe più significativo se confrontassimo l'evoluzione della variazione percentuale dei due prezzi.

Adottando un modello del tipo

$$x_n = 100 \cdot a^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ove x_n denota la variazione percentuale allo stadio n , si avrebbe rispettivamente:

- pecorino $P_{42} = 100 \cdot a^{42} = 100 - 37 = 63 \Rightarrow a = \sqrt[42]{0,63} \cong 0,989$

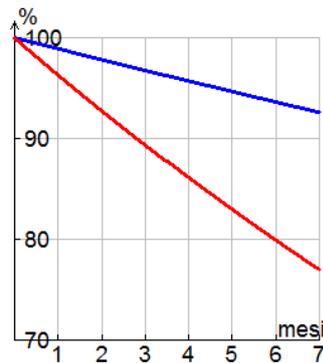
- latte $L_7 = 100 \cdot b^7 = 100 - 23 = 77 \Rightarrow b = \sqrt[7]{0,77} \cong 0,963$

da cui i due modelli (dopo si è uniformato l'origine dell'asse dei tempi):

- pecorino $P_n = 100 \cdot (0.989)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$

- latte $L_n = 100 \cdot (0.963)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$

che sono messi a confronto nell'immagine seguente



L'immagine mostra chiaramente la forte pendenza della riduzione percentuale del valore del latte rispetto a quella del prezzo del pecorino.

