

Matematica&Realtà

Gara di modellizzazione matematica - Selezione SFIDE

Sezione Base

Rispondere ai quesiti seguenti
motivando le risposte ed eventualmente aggiungendo un commento

Sostenibilità dal Sole

Il Sole è una fonte di energia rinnovabile, che, se usata attraverso i cosiddetti pannelli fotovoltaici, consente di ridurre sensibilmente l'uso dei combustibili fossili.



Fonte: <http://www.enea.it/>

Tenuto conto che 2000 kWh di energia è l'equivalente di 1,5 "barili di petrolio", determinare quanti barili di petrolio potrebbero essere risparmiati annualmente con un pannello fotovoltaico di 5 m² installato nelle zone indicate sulla mappa.

N. B. rendimento medio di un pannello fotovoltaico $\eta = \frac{\text{energia prodotta}}{\text{radiazione diretta}} = 0,16$

Quesito proposto dal Prof. Mario DiFonza, ISIS Europa, Pomigliano D'Arco (NA)

Svolgimento. Determiniamo, innanzi tutto, la media della radiazione solare diretta nelle sei regioni indicate nella mappa:

$$R_m = \frac{1800 + 1700 + 1900 + 1650 + 1700 + 1700}{6} = \frac{8960}{6} \cong 1494 \text{ kWh/m}^2$$

Tenuto conto del rendimento del pannello, l'energia prodotta da un pannello di 5 m² è

$$E = 0,16 \cdot 5 \cdot R_m \cong 0,8 \cdot 1494 = 1195,2 \text{ kWh/m}^2$$

Infine i barili equivalenti sono:

$$b = 1,5 \cdot \frac{E}{2000} = 0,8964$$

Commento: con ogni pannello si risparmiano i 9/10 (circa) di un barile di petrolio.

Foreste vergini

Fra il 2000 e il 2013, il mondo ha perso il 7,2% delle sue foreste vergini: ne sono spariti 919.000 chilometri quadrati, un'area grande come il Venezuela.

Quasi due terzi della perdita si sono registrati ai tropici, soprattutto in Sudamerica, poi in Asia sudorientale e Africa equatoriale.

I ricercatori dell'Università del Maryland, negli Stati Uniti, hanno coordinato il lavoro di colleghi in Europa, Nord America e Asia, confrontando le foto dei satelliti nel periodo preso in considerazione. Il risultato del loro lavoro è stato pubblicato sulla rivista «Science Advances». Le foreste vergini, per lo studio, sono quelle di almeno 500 km quadrati che non presentano segni di attività umana. Hanno un ruolo fondamentale nell'assorbire anidride carbonica (riducendo l'effetto serra), proteggere la biodiversità e regolare il flusso dell'acqua negli ecosistemi.



Fonte: Corriere.it articolo del 27/01/2017 di Silvia Morosi

Quesito proposto dalla Prof. Clara Petrone, IC Baronissi (SA)

1. Calcolare la perdita annua media di foreste vergini.
2. Stimare la perdita percentuale media annua di foreste vergini.

Svolgimento. 1. E' sufficiente distribuire la perdita complessiva di $919.000 km^2$ (periodo 2000-2013) nei tredici anni, ottenendo

$$p_m = \frac{919.000}{13} \cong 70.692 \quad km^2 / anno$$

2. Analogamente al punto 1, partendo dal dato 7,2% , relativo allo stesso periodo, otteniamo

$$p_{m\%} = \frac{7,2}{13} \cong 0,55\%$$

Un panettone gigante

Sabato 4 dicembre in piazza Carignano a Torino alle 10,45, sarà possibile assaggiare il panettone più grande di Torino. Il panettone - mezzo quintale di autentica bontà - sarà offerto a tutti i presenti. A tagliarlo sarà un ospite d'eccezione, il Sindaco Sergio Chiamparino, affiancato da Maria Luisa Coppa (Presidente Ascom), uniti per dare il via a due giornate di raccolta fondi a sostegno del reparto di neonatologia dell'ospedale Sant'Anna di Torino.

Fonte: <http://www.targatocn.it/2010/12/03/mobile/leggi-notizia/argomenti/targato-curiosita/articolo/50-chili-e-2-giorni-di-buone-azioni-con-maina-ovvero-un-panettone-gigante.html>

Quesito proposto dalla Prof. Angela Ponzone,
LS Montessori, Roma



Se il panettone da 1Kg è alto circa 16 cm, quanto sarà alto il panettone da 50Kg ?

Svolgimento. Assunto che il panettone gigante e quello da 1 kg abbiano la stessa forma (ad esempio quella del panettone classico), i due dolci sono figure "simili".

Trattandosi di solidi, il rapporto di similitudine è pari al rapporto fra i cubi delle altezze. Pertanto risulta

$$50 : 1 = (\text{altezza panettone gigante})^3 : 16^3$$

da cui

$$(\text{altezza panettone gigante})^3 = 50 \cdot 16^3 \text{ cm}^3$$

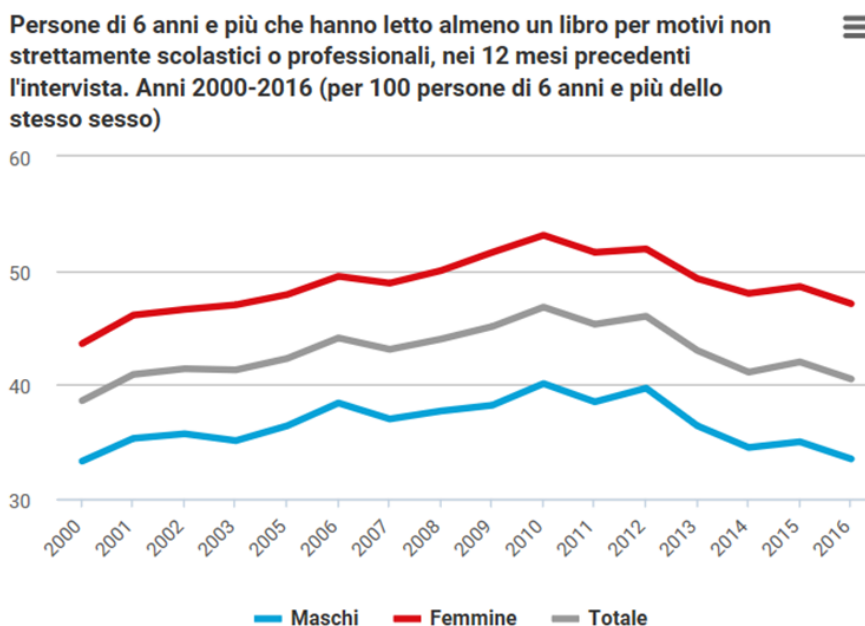
$$\text{altezza panettone gigante} = 16 \sqrt[3]{50} \cong 59 \text{ cm}$$



Lettori italiani nel 2016

Ancora in calo i lettori, passati dal 42,0% della popolazione di 6 anni e più del 2015 al 40,5% nel 2016. Si tratta di circa 23 milioni di persone che dichiarano di aver letto almeno un libro nei 12 mesi precedenti l'intervista per motivi non strettamente scolastici o professionali.

La popolazione femminile mostra una maggiore propensione alla lettura già a partire dai 6 anni di età: complessivamente il 47,1% delle donne, contro il 33,5% dei uomini, ha letto almeno un libro nel corso dell'anno. Leggono di più i giovani tra gli 11 e i 14 anni (51,1%) rispetto a tutte le altre classi di età.



Fonte: ISTAT, Comunicato stampa del 27 dicembre 2017

a) Come mostra il grafico, il maggior numero di lettori si è avuto nel 2010. In tale anno la percentuale di coloro (di ambo i sessi) che avevano letto almeno un libro era del 46,8%. Stima qual è stato il calo medio annuale (%) nel periodo 2010-2016. In base a tale dato, se la tendenza non dovesse modificarsi, in quale anno il numero di lettori scenderà al di sotto del 35%?

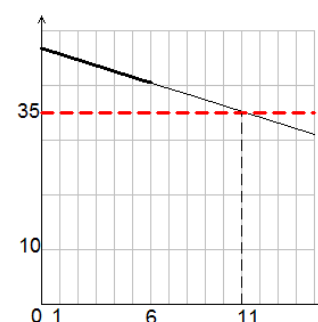
b) Dal grafico sembra che la forbice fra uomini e donne sia rimasta costante del 2010 al 2016, Verificare se l'impressione è corretta sulla base dei dati.

Quesito proposto da B.Scimmi, LS Jacopone, Todi (PG)

Per risolvere la seconda parte del quesito, risolviamo l'equazione di I grado (vedi anche immagine a lato)

$$46,8 - 1,05t = 35 \Rightarrow t = \frac{11,8}{1,05} \cong 11,23$$

Possiamo quindi prevedere che la percentuale di 35% si raggiungerebbe nel 2022 (in corrispondenza a $t = 12$).



b) Stimiamo la variazione media della popolazione femminile:

lettura stimata all'anno "zero" : 53%

tasso di variazione percentuale medio del periodo:

$$V_{media\ donne} = \frac{47,1 - 53}{6} \cong -0,98\%$$

Analogamente stimiamo la variazione media della popolazione maschile:

lettura stimata all'anno "zero" : 40%

tasso di variazione percentuale medio del periodo:

$$V_{\text{media uomini}} = \frac{33,5 - 40}{6} \cong -1,08\%$$

Il risultato evidenzia che la variazione media fra uomini e donne è pressoché la stessa, quindi la forbice è costante.



Ecco quanto ci costa il led della tv spenta

Sapete quanto costa lasciare la spia della televisione accesa?

Per il solo mese di agosto, per i led degli elettrodomestici che abbiamo in casa spendiamo in media 15 euro, che fanno 72 euro in tutto l'anno (la cifra, ad agosto, sale perché con la complicità delle vacanze, la tv è sempre spenta, mentre quando è accesa il costo viene "assorbito" dalla spesa elettrica per lo schermo).



L'elettrodomestico che consuma di più in termini di costo è il frigorifero con i suoi 480 Wh (wattora) al giorno, seguito da stereo (197 Wh), computer e stampante (175 Wh), router per connettersi a internet (108 Wh), tv e Dvd (94 Wh).

Quando lasciamo elettrodomestici e dispositivi elettrici in stand-by il consumo complessivo è di 46,3 Kwh. Quando siamo in ferie, i consumi "inutili" riguardano il frigo, la caldaia (68Wh al giorno), il microonde (65) e la lavatrice (16).

<http://www.ilgiornale.it/news/cronache/ecco-quanto-ci-costa-led-tv-spenta-1291084.html>

Quesito proposto dal Prof. Ivan Adorno Mascolini, LC Galdi, Cava dei Tirreni (SA)

1. **Stimare il costo medio mensile delle spie accese.**
2. **Valutare il dispendio medio giornaliero dovuto alle spie accese.**
3. **Calcolare il costo medio annuo per il funzionamento del solo frigorifero.**



Le matrioske

Una *matrioska* (in russo: матрёшка), è il *souvenir* russo per eccellenza e un simbolo dell'arte popolare di quel paese.

Si tratta di un insieme di bambole di diverse dimensioni, ognuna delle quali contiene una di formato più piccolo. La bambolina più grande si chiama "madre", quella più piccola è detta "seme".

Quesito proposto dalla Prof. Cristina Cipolla, LS Montessori, Roma



Sapendo che le altezze della madre e della seconda bambolina sono rispettivamente 7 cm e 5 cm, costruire un modello che descriva le altezze delle bamboline. Sulla base del modello calcolare l'altezza della bambolina seme.

Svolgimento.

L'immagine suggerisce un rapporto di *similitudine* fra la bambolina contenente e quella contenuta, quindi una relazione di proporzionalità diretta fra le loro altezze.

Tenuto conto delle altezze delle prime due bamboline, il rapporto di similitudine fra le due figure è $5/7$.

Di conseguenza, denotate con h_0, h_1, h_2, h_3, h_4 , le altezze delle bamboline, si ottiene il seguente modello

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{5}{7} \Rightarrow h_1 = \frac{5}{7}h_0$$

e quindi

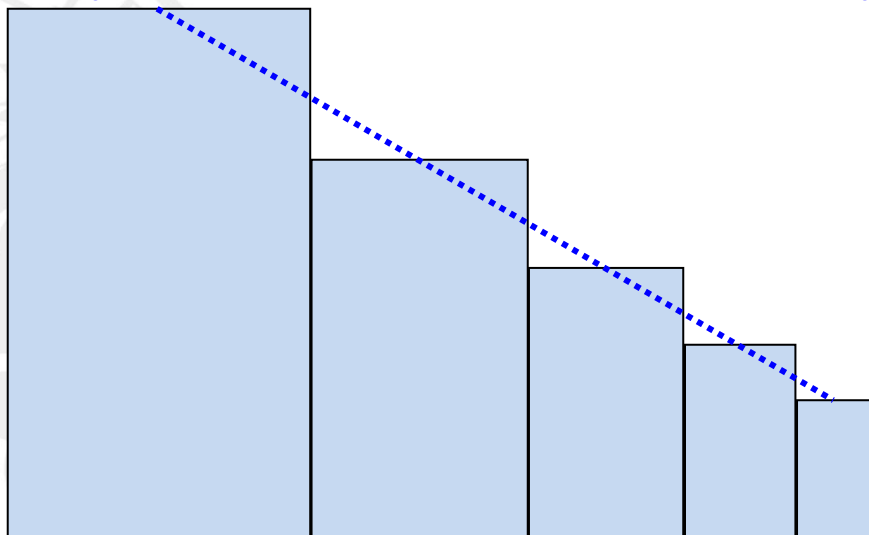
$$h_2 = \frac{5}{7}h_1 = \frac{5}{7}\left(\frac{5}{7}h_0\right) = \left(\frac{5}{7}\right)^2 h_0 \qquad h_3 = \frac{5}{7}h_2 = \left(\frac{5}{7}\right)^3 h_0$$

$$h_4 = \frac{5}{7}h_3 = \left(\frac{5}{7}\right)^4 h_0 = \frac{5^4}{7^3} = \frac{625}{343} \cong 1,82 \text{ cm}$$

In definitiva il seme è alto circa 1,82 cm.

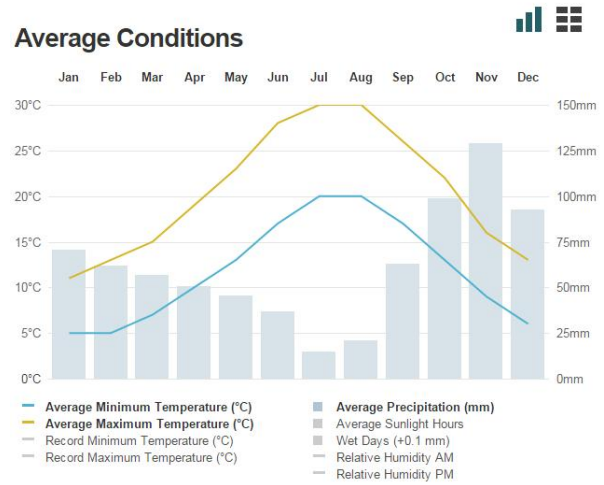
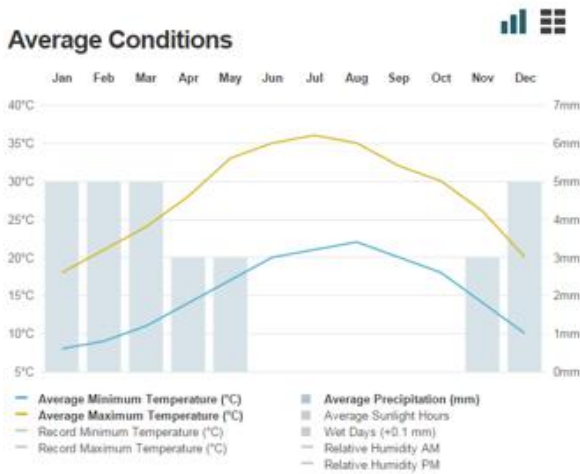
Commento: Potremmo associare alla risoluzione algebrica del quesito una rappresentazione grafica. Precisamente potremmo rappresentare le dimensioni massimali delle bamboline mediante rettangoli simili.

Il modello geometrico conferma l'allineamento delle teste delle bamboline, che era già evidente dall'immagine.



Scende la pioggia ...

Sulla base delle immagini seguenti, valutare la media annua delle precipitazioni nelle tre città: Il Cairo, Roma, Parigi. Fonte: <http://www.bbc.com/weather/>



Il Cairo

Roma

Motivazione della risposta

Svolgimento.

Innanzitutto riportiamo in una tabella i dati che possiamo leggere nei grafici (cfr. a lato).

Visti i dati a nostra disposizione, possiamo calcolare la media annua delle precipitazioni adottando il modello

$$\text{media annua precipitazioni} = \frac{\text{somma precipitazioni medie mensili}}{12}$$

Si ottengono quindi i due risultati seguenti:

$$\text{media annua precipitazioni a Il Cairo} = \frac{5 \cdot 4 + 3 \cdot 3}{12} = 2,4\bar{16}$$

$$\begin{aligned} \text{media annua precipitazioni a Roma} &= \\ &= \frac{70 + 61 \cdot 2 + 54 + 50 + 45 + 35 + 14 + 19 + 96 + 128}{12} = \frac{724}{12} = 60,3\bar{3} \end{aligned}$$

mese	Precipitazioni medie (mm)	
	Il Cairo	Roma
gen	5	70
feb	5	61
mar	5	54
apr	3	50
mag	3	45
giu	0	35
lug	0	14
ago	0	19
sett	0	61
ott	0	96
nov	3	128
dic	5	91

In conclusione, la media annua delle precipitazioni è (approssimativamente) di 2.4mm a Il Cairo e di 60.3mm a Roma (cioè oltre 25 volte!).

LA MEDIA INGLESE NEL CALCIO ITALIANO

Il sistema di punteggi conosciuto come "Media Inglese" (detta anche "Media Scudetto") si basa sul presupposto che per vincere un campionato di calcio i risultati utili siano la vittoria in campo proprio e il pareggio in campo avverso. Di conseguenza, è stato stabilito il punteggio della tabella (aggiornato da quando si è passati ad assegnare 3 (anziché 2) punti per vittoria).



	vittoria	pareggio	sconfitta
In casa	0	-2	-3
Fuori casa	+2	0	-1

Fonte: Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Era opinione diffusa fino a qualche anno fa che la squadra che a fine anno raggiungeva una Media Inglese pari a 0 punti vincessesse il Campionato.

1. Indicato con P_{MI} il punteggio con la Media Inglese e con P il punteggio usato attualmente nel Campionato Italiano verifica che per ogni partita si ha:

$$P_{MI} \begin{cases} P - 3 & \text{se la partita è in casa} \\ P - 1 & \text{se la partita è fuori casa} \end{cases}$$

2. Dimostrare che nel Campionato Italiano di serie A alla sua conclusione (cioè dopo aver svolto 38 partite: 19 in casa e 19 fuori casa) sussiste una relazione tra P_{MI} e P di tipo lineare e determinala.

3. Dimostrare che a $P_{MI} = 0$ corrisponde $P = 76$.

4. Determina in quanti modi diversi (ovvero v =numero di vittorie, p =numero di pareggi, s =numero di sconfitte) è possibile realizzare una Media Inglese = 0 nel Campionato Italiano di serie A.

Curiosità: la credenza che con una Media Inglese nulla si potesse vincere il Campionato è risultata valida quasi sempre fino ai primissimi anni 2000.

Quesito originale staffetta SCMM 2016 - gruppo I mediani notevoli , LS Galilei, Perugia