

Esame tfa: Didattica della Matematica II

prof. Primo Brandi

Studente: Perri Adolfo

Matricola:267362

Classe tfa:A059 matematica e scienze nella scuola sec. di I grado

Unità apprendimento:rapporti e proporzioni

Lezione svolta: la proporzionalità

Classe: seconda della Scuola Secondaria I grado

Periodo:secondo quadrimestre

Durata prevista lezione: 1 ora

Prerequisiti: conoscenza delle frazioni;proprietà invariantiva delle frazioni;rapporti tra grandezze omogenee

Conoscenze da acquisire: corrispondenza biunivoca fra classi di grandezze omogenee;proporzionalità diretta fra classi; proporzioni ed equivalenze; (proporzioni e percentuali; proporzionalità inversa).

Abilità: ricerca del quarto proporzionale; (problemi del tre semplice in sequenza)

Competenze da possedere: In situazioni problematiche della vita quotidiana saper individuare relazioni di proporzionalità diretta (o inversa) tra grandezze e saperle rappresentarle per via grafica e algebrica. Risolvere problemi e modellizzare situazioni in diversi campi della vita quotidiana.

Modalità di approccio e di esecuzione della lezione

1. Riproposizione di un quesito delle prove invalsi delle classi prime
2. Raccolta e analisi critica del/dei risultato/i che sono usciti fuori
3. Risoluzione del quesito alla luce del concetto di proporzionalità diretta
4. proposizione a una classe terza di un esercizio simile a quello invalsi della classe prima ma con una difficoltà in più

Punto 1

Quesito tratto dalle prove invalsi di Matematica per la classe prima delle S.s.I A.S. 2010/2011

D20. Per preparare un tortino di patate per 4 persone servono:

600 g di patate	300 g di passata di pomodoro	2 acciughe sotto sale	capperi, olive, olio e sale a piacere
-----------------	------------------------------	-----------------------	---------------------------------------

Carlo fa un tortino più grande usando gli stessi ingredienti in queste quantità:

1500 g di patate	750 g di passata di pomodoro	5 acciughe sotto sale	capperi, olive, olio e sale a piacere
------------------	------------------------------	-----------------------	---------------------------------------

Per quante persone Carlo ha preparato il tortino?

Risposta:

Punto 2

Il quesito rappresenta una situazione di vita quotidiana, (analoga ad esempio alla corretta posologia di un farmaco in base al peso corporeo, dai dati a disposizione emergono le seguenti considerazioni:

- l'indicazione che il tortino di Carlo sia più grande è del tutto superflua, visto che la quantità degli ingredienti a sua disposizione è maggiore.
- Si può risolvere il quesito dividendo per 4 un ingrediente a scelta della prima tabella, si trova così il quantitativo unitario *pro capite*, poi si divide il corrispondente quantitativo della seconda tabella per il valore trovato
- Spiegazione del concetto di proporzionalità diretta con applicazione al quesito
- Proposizione di un altro quesito analogo

Punto 3

Il quesito trova risoluzione nella spiegazione formale del concetto di proporzionalità diretta: **due classi di grandezze in corrispondenza biunivoca (si richiama al concetto del tanto quanto) si dicono direttamente proporzionali se il rapporto fra due elementi qualsiasi della prima è uguale al rapporto dei corrispondenti della seconda**

Applicando la definizione al quesito mettendo in corrispondenza il numero di persone e il quantitativo con le patate si ha:

Numero persone	g di patate
4	600
x	1500

Applicando la definizione di proporzionalità diretta si scrive:
 $4:x=600:1500$ che è una proporzione da cui si ricava: $x=(4 \cdot 1500)/600=10$

$4:x=600:1500$ è una proporzione che gode della proprietà del permutare e che pertanto si può anche scrivere $4:600=x:1500$, il rapporto $4:600=1/150$ è detto costante di proporzionalità e si indica con k quindi si ha:

$4:600=x:1500=k$ e quindi $x=k \cdot 1500$ si può anche scrivere la seguente:

numero persone:g patate= $1:150$

numero persone: $1500=1:150$

numero persone= 10

Nella vita quotidiana accade più spesso il caso contrario, ovvero si ha una ricetta per 4 persone e bisogna calcolare il quantitativo necessario per un certo altro numero di persone.

Ad esempio nel ns caso si può calcolare il quantitativo necessario d'ingredienti per 16 persone conoscendo i dati della prima tabella o della seconda, nel caso delle patate e prendendo i dati della prima tabella (relativi agli ingredienti per 4 persone):

Numero persone	g di patate
4	600
16	x

$k = 4/600 = 1/150$

$4:16=600:x$ da cui $x=(600 \cdot 16)/4=2400$ oppure essendo $k=1/150$ si ha $x=16/k=2400$ vale anche la seguente proporzione:

numero persone:x g di patate=1:150 ovvero $16:x=1:150$
 $x=16 \cdot 150=2400$

Tutto quanto sopra riportato vale **contemporaneamente** anche per tutti gli altri ingredienti:

Numero persone	G di patate	g di passata di pomodoro	N° acciughe sotto sale
4	600	300	2
x	1500	750	5

Il rapporto tra le corrispondenti quantità è costante ovviamente k varia a seconda degli ingredienti presi in considerazione

Esercizio da svolgere in classe:

Quesito tratto dalle prove invalsi di Matematica per la classe prima delle S.s.I A.S. 2009/2010

D17. Nonna Pina l'anno scorso con 21 kg di prugne ha preparato 7 kg di marmellata. Quest'anno vuole fare 10 kg di marmellata.

a. Quanti chili di prugne le serviranno?

Risposta:

..... kg

b. Scrivi come hai fatto per trovare la risposta

	kg prugne	kg marmellata	
↓	21	7	↓
	x	10	

Le due classi di grandezze sono direttamente proporzionali e quindi:

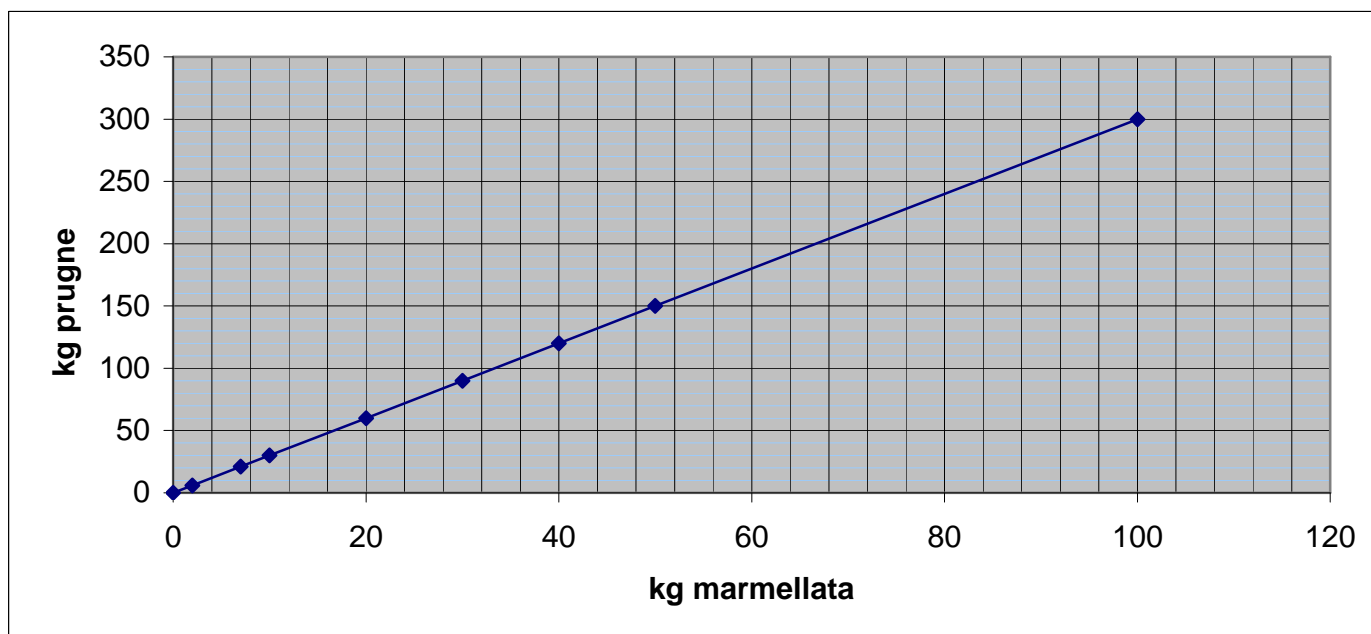
$$21:x=7:10 \text{ da cui: } x=(21 \cdot 10)/7=30$$

la costante di proporzionalità è $k=21/7=3$ e quindi facilmente si ha $x=k \cdot 10=3 \cdot 10=30$

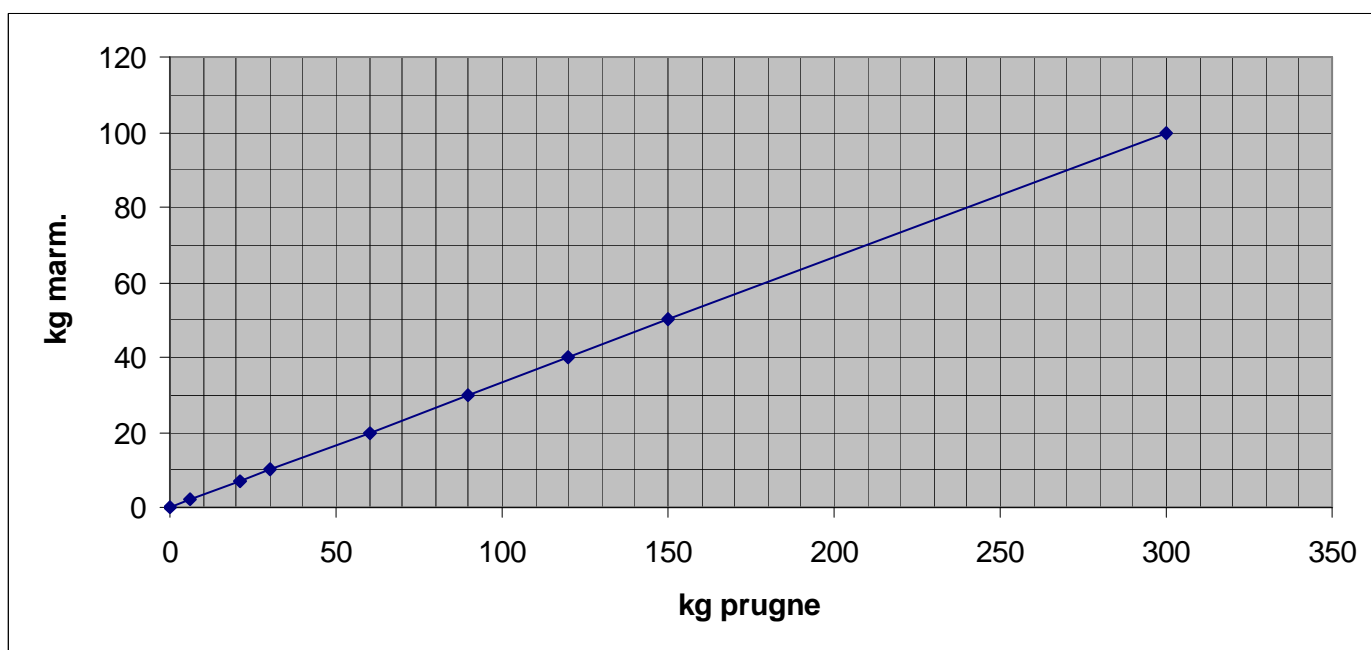
Le occorreranno quindi 30 kg di prugne

A questo punto si può far costruire una tabella in cui si vanno a calcolare i kg di prugne necessari in funzione dei kg di marmellata da produrre assegnando diversi valori alla seconda riga e calcolando mediante k i valori da dare alla prima, successivamente si fa costruire un grafico cartesiano per verificare la linearità:

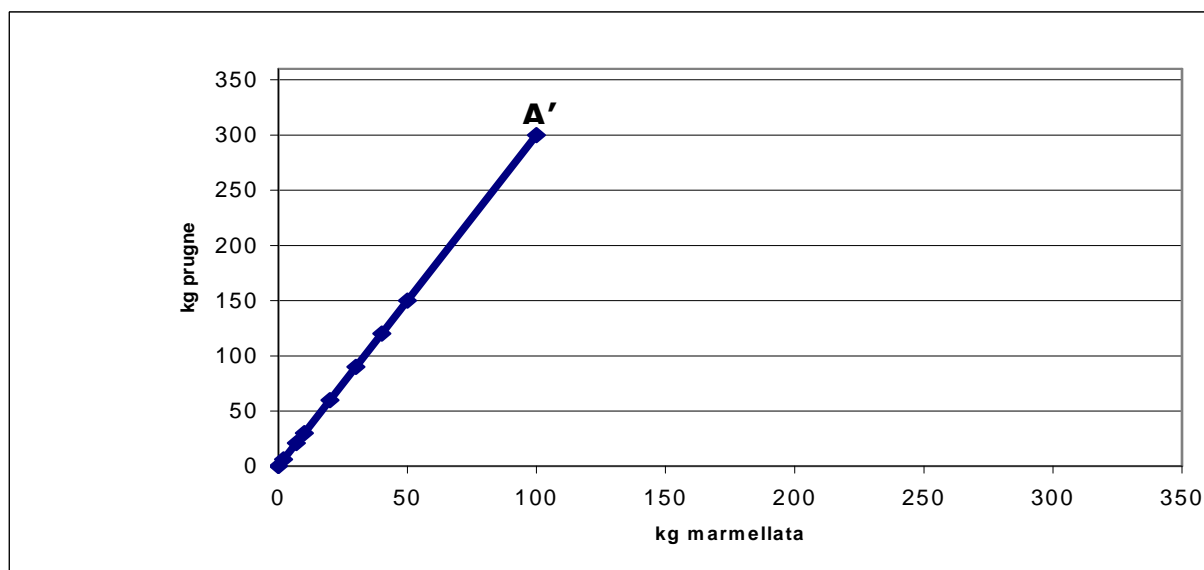
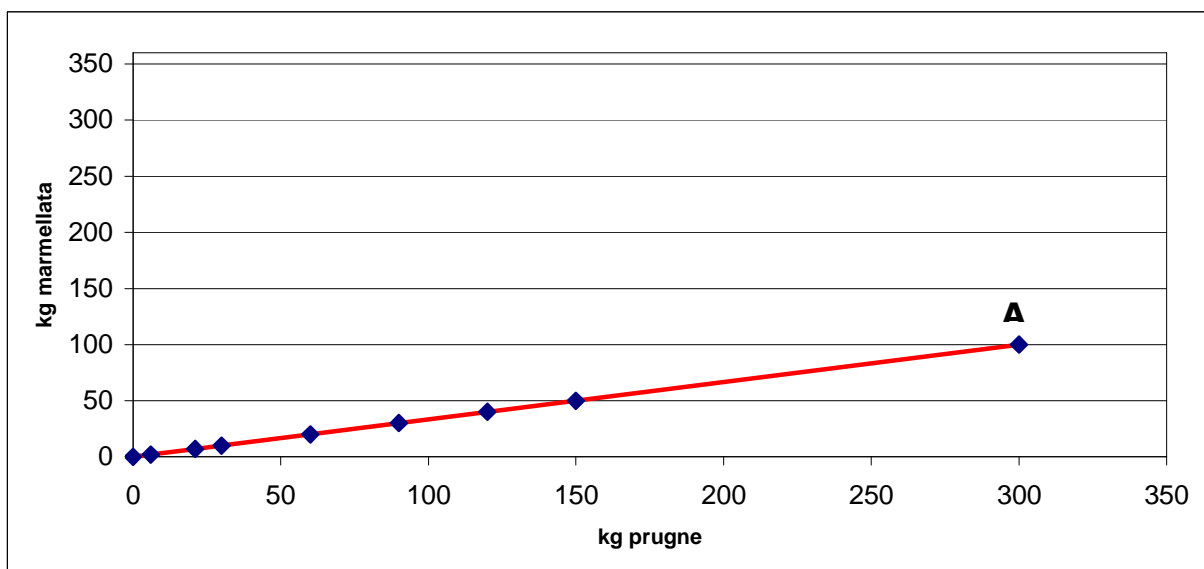
kg prugne	0	6	21	30	60	90	120	150	300
kg marmellata	0	2	7	10	20	30	40	50	100

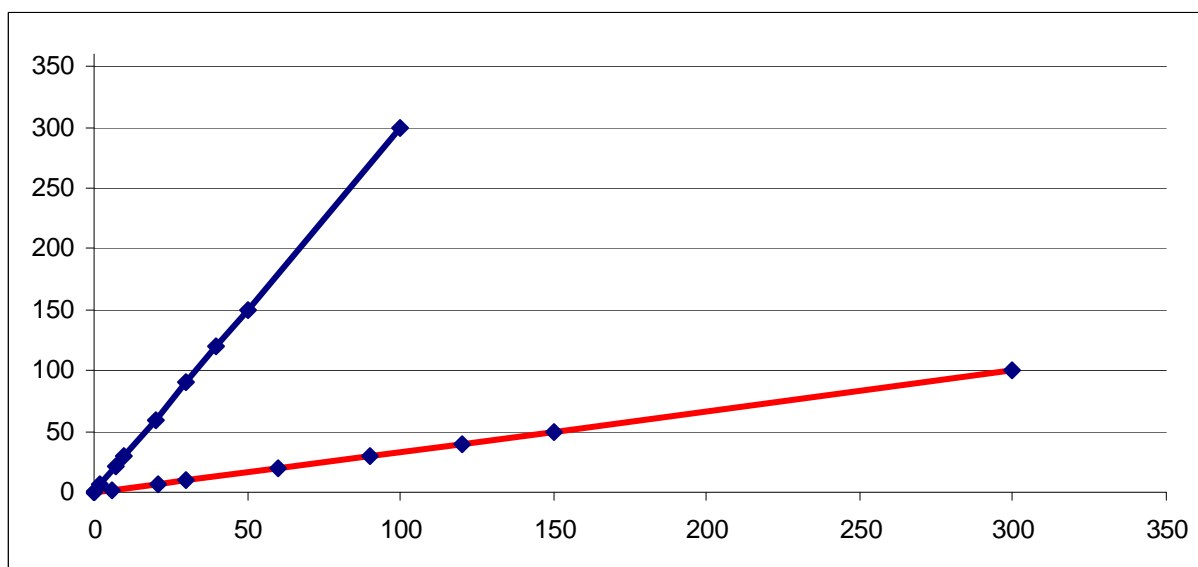


si può fare anche il contrario costruendo la funzione inversa
verificando che la linearità persiste



costruendo i grafici utilizzando la stessa scala per l'ascissa e l'ordinata si vede come le rette che allineano i punti hanno pendenze ben diverse tra loro, facilmente si verifica che coefficienti angolari sono l'uno l'inverso dell'altra (vedasi coordinate del punto A e a A' e loro rispettivi rapporti), l'ultimo grafico rappresenta i due grafici sovrapposti fra loro





Come approfondimento della lezione si può riproporre in terza classe un esercizio simile a quello del tortino ma con una variante, questa volta le quantità d'ingredienti a disposizione saranno limitate o in eccesso rispetto alle proporzioni della ricetta data.

Testo esercizio

Per preparare un tortino di patate per 4 persone, secondo la ricetta segreta di Carlo servono:

600 g di patate	300 g di passata di pomodoro	2 acciughe sotto sale	capperi, olive, olio e sale a piacere
-----------------	------------------------------	-----------------------	---------------------------------------

Carlo ha a disposizione nella sua dispensa questi ingredienti nelle seguenti quantità:

3 kg di patate	1,2 kg di passata di pomodoro	Un vasetto con 20 acciughe sotto sale	capperi, olive, olio e sale q.b.
----------------	-------------------------------	---------------------------------------	----------------------------------

Carlo vuole invitare degli amici per una festa per offrire loro il suo famoso tortino salato, quale sarà il numero massimo di amici che Carlo potrà invitare alla festa rispettando la sua ricetta? Nota: Carlo non può reperire in alcun modo maggiori quantità d'ingredienti a lui eventualmente necessari

Risposta:

Apparentemente l'esercizio si risolve in maniera analoga al D20 della prova invalsi della classe prima, risolvendolo in maniera analoga si potrebbe scrivere (**tenendo conto dell'omogeneità delle unità di misura**)

Numero persone	g di patate
4	600
x	3000

Si imposta la proporzione:

$$4:x=600:3000 \text{ da cui } x=(4 \cdot 3000)/600=20$$

Risposta: Carlo può invitare un massimo di 20 amici.

Niente di più FALSO!!!

Occhio, prima di rispondere dobbiamo accertarci che **tutti** gli ingredienti siano sufficienti, prendiamo la passata:

Numero persone	g di patate
4	300
x	1200

Si imposta la proporzione:

$$4:x=300:1200 \text{ da cui } x=(4 \cdot 1200)/300=16$$

infine le acciughe

Numero persone	g di patate
4	2
x	20

$$4:x=2:20 \text{ da cui } x=(4 \cdot 20)/2=40$$

Per gli altri ingredienti non c'è problema se ne ha a disposizione quanto basta

Dal confronto di tutti i risultati appare evidente che Carlo potrà invitare al massimo 16 amici perché l'ingrediente limitante è risultato essere la passata di pomodoro.