

DIDATTICA DELLA MATEMATICA II
GLI EFFETTI DELLA SPINTA DI ARCHIMEDE
 Beccaccioli Vanio – classe A059

In questa parte affronteremo lo studio di alcune situazioni che permettono un collegamento tra temi di matematica (allineamento, proporzionalità diretta) e di scienze, in particolare di fisica (spinta di Archimede)



Iniziamo subito con un *case study*



Situazione: A tutti noi è nota la cosiddetta “spinta di Archimede”. Di solito però nella scuola secondaria di primo grado non si affronta la questione da un punto di vista quantitativo. Per questo vogliamo tentare di costruire un **modello** per calcolare tale spinta sulla base di valori sperimentali ricavabili facilmente con alcuni strumenti.

Utilizzeremo due campioni diversi d'acqua. Fortunatamente un nostro amico di ritorno dalla Giordania ci ha procurato un campioncino di acqua del Mar Morto, noto per la sua straordinaria salinità (e quindi densità). Vedremo come questo influisce sulla spinta di Archimede.

Strumenti necessari

Un dinamometro meccanico con divisione in newton (capacità 10 N; precisione 0,1 N)	Un cilindro graduato (capacità 500 ml (o equivalentemente 500 cm ³), precisione 5 ml (o equivalentemente 5 cm ³))
	
Tre oggetti cilindrici muniti di gancio da appendere al dinamometro fatti di tre sostanze diverse: alluminio, zinco, rame	Due campioni d'acqua da 300 ml: il primo di acqua distillata e il secondo un campione di acqua del Mar Morto

DIDATTICA DELLA MATEMATICA II
GLI EFFETTI DELLA SPINTA DI ARCHIMEDE
Beccaccioli Vanio – classe A059

Ci prefiggiamo i seguenti obiettivi:

1. verificare che la spinta di Archimede dipende effettivamente solo dal volume del liquidi spostato e non dal corpo che viene immerso
2. costruire un modello per calcolare il *peso apparente* del corpo (ovvero la risultante del peso e della spinta di Archimede)

Iniziamo con alcuni dati. Tutti e tre gli oggetti hanno lo stesso volume ma ovviamente densità diverse (Ricordiamo che la densità è il rapporto tra massa e volume). Misuriamo il peso di ciascun corpo con il dinamometro e riportiamo i valori nella tabella che segue

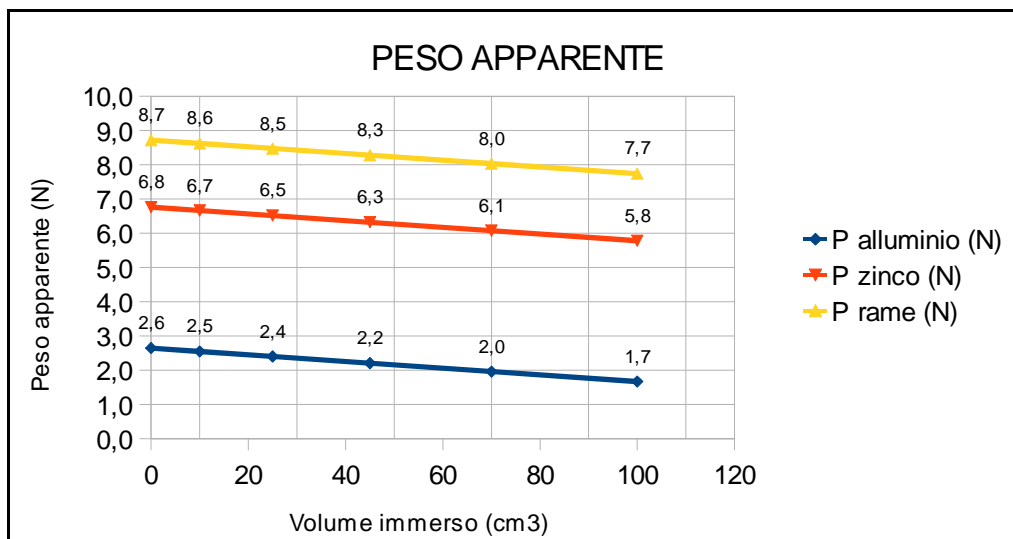
liquido	densità (g/cm ³)	volume oggetti (cm ³)	g (N/kg)
acqua	1000	100	9,8
sostanza immersa	alluminio	zinco	rame
densità (Kg/m ³)	2700	6900	8900
Peso dell'oggetto (N)	2,6	6,8	8,7

Riempiamo il nostro cilindro graduato con 300 ml di acqua distillata e immergiamo i vari corpi con diversi volumi valori di corpo immerso (il volume spostato si può leggere facilmente dall'innalzarsi del livello dell'acqua nel cilindro graduato)

V (cm ³)	P alluminio (N)	P zinco (N)	P rame (N)
0	2,6	6,8	8,7
10	2,5	6,7	8,6
25	2,4	6,5	8,5
45	2,2	6,3	8,3
70	2,0	6,1	8,0
100	1,7	5,8	7,7

DIDATTICA DELLA MATEMATICA II
GLI EFFETTI DELLA SPINTA DI ARCHIMEDE
Beccaccioli Vanio – classe A059

Riportiamo i seguenti valori su di un piano cartesiano

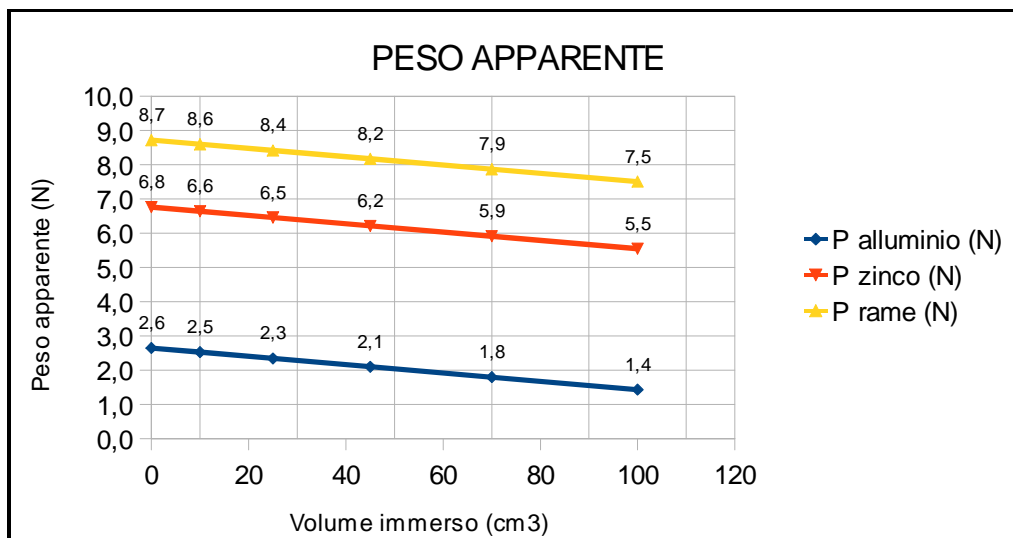


Notiamo subito il primo aspetto che ci eravamo proposti. Il grafico mostra tre rette parallele. Quindi la spinta di Archimede dipende solo dal liquido in cui sono immersi i corpi.

Adesso proviamo ad utilizzare il campione di acqua del mar Morto (densità = 1240 kg/m^3)

V (cm ³)	P alluminio (N)	P zinco (N)	P rame (N)
0	2,6	6,8	8,7
10	2,5	6,6	8,6
25	2,3	6,5	8,4
45	2,1	6,2	8,2
70	1,8	5,9	7,9
100	1,4	5,5	7,5

DIDATTICA DELLA MATEMATICA II
GLI EFFETTI DELLA SPINTA DI ARCHIMEDE
Beccaccioli Vanio – classe A059



Notiamo ancora che le rette scendono parallelamente ma con maggiore rapidità: il peso apparente diminuisce più rapidamente (evidentemente è maggiore la spinta di Archimede)

Prima conclusione: la spinta di Archimede è maggiore, a parità di corpi immersi, nei liquidi con maggiore densità.

Le seguenti tabelle mostrano come varia la spinta di Archimede nelle due diverse situazioni.

Nell'acqua distillata				Nell'acqua del mar Morto			
volume immerso (%)	spinta Archimede/Peso per alluminio (%)	spinta Archimede/Peso per zinco (%)	spinta Archimede/Peso per rame (%)	volume immerso (%)	spinta Archimede/Peso per alluminio (%)	spinta Archimede/Peso per zinco (%)	spinta Archimede/Peso per rame (%)
0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
20%	7%	3%	2%	20%	9%	4%	3%
40%	15%	6%	4%	40%	18%	7%	6%
60%	22%	9%	7%	60%	28%	11%	8%
80%	30%	12%	9%	80%	37%	14%	11%
100%	37%	14%	11%	100%	46%	18%	14%

DIDATTICA DELLA MATEMATICA II
GLI EFFETTI DELLA SPINTA DI ARCHIMEDE
Beccaccioli Vanio – classe A059

Passiamo adesso al secondo obiettivo che ci eravamo proposti: costruire un modello per l'andamento del peso apparente (in N) in funzione del volume immerso (in cm^3)

Sappiamo che i punti $P_i = (a_i, b_i)$ con $i = 1, 2, \dots, n$ si distribuiscono su una retta (non parallela ad alcuno degli assi coordinati) se e solo se le classi delle differenze di coordinate omonime sono in proporzionalità diretta.

V	P
V_1	P_1
V_2	P_2
...	...

Inoltre in tale situazione si ha che il modello matematico è dato dalla relazione

$$y = kx + q$$

dove k è il coefficiente di proporzionalità diretta fra le classi delle differenze V^* e P^* .

V^*	P^*
$V_1 - V_2$	$P_1 - P_2$
$V_2 - V_3$	$P_2 - P_3$
...	...

In particolare per l'alluminio in acqua distillata abbiamo

V^*	P^*	k
-10	0,1	-0,01
-15	0,2	-0,01
-20	0,2	-0,01
-25	0,3	-0,01
-30	0,4	-0,01

DIDATTICA DELLA MATEMATICA II
GLI EFFETTI DELLA SPINTA DI ARCHIMEDE
Beccaccioli Vanio – classe A059

Abbiamo che $k = \frac{P_{i-1} - P_i}{V_{i-1} - V_i} = -0,01$

mentre $q = b_i - k a_i, i = 1, 2, \dots, n$

V^*	P^*	k	q
-10	0,1	-0,01	2,6
-15	0,2	-0,01	2,6
-20	0,2	-0,01	2,6
-25	0,3	-0,01	2,6
-30	0,4	-0,01	2,6

Ovviamente sia k che q non dipendono dall'indice i . Inoltre q ha l'evidente significato di essere il peso dell'oggetto fuori dell'acqua (infatti q è l'ordinata all'origine, per $V=0$)

Quindi il modello che abbiamo ottenuto per l'oggetto di alluminio è

$$P = 2,6 - 0,01 V$$

In maniera del tutto simile si possono ottenere gli le altre relazioni.