

Matematica & Realtà

I Fase Gara di Modellizzazione - Test finale 2017-2018

Tempo massimo per lo svolgimento: 90 min

Nome Cognome

Tempo impiegato per lo svolgimento (in minuti, da trascrivere a cura del tutore di aula)

Sezione Intermedia

Rispondere ai quesiti seguenti motivando brevemente le risposte ed aggiungendo eventualmente un commento sul risultato ottenuto.

1. Mares: abbiamo messo tutti in maschera

All'inizio era un garage di Rapallo. Inizia qui la storia dell'impresa fondata nel '49 da Ludovico Mares che oggi è un'azienda lider al mondo nel mercato della subacquea. Una struttura di 6.000 metri quadri su due piani ospita gli uffici. La produzione è suddivisa in vari stabili, in Italia e Bulgaria. Ovviamente, rispetto alle prime maschere che Ludovico confezionava a mano, si è allargato il ventaglio dei prodotti diving, jacket, pinne, maschere, erogatori e fucili subacquei, fino ad arrivare ai computer subacquei. Il modello

$$f(t) = 6,74t + 51,74 \quad t \geq 0$$

descrive il fatturato mondiale di Mares dal 2013 al 2016 (in milioni di euro).

Fonte: Affari&Finanza 5.6.2017 (elaborazione dati a cura di M&R)



71,96 milioni di euro

1.1. Valutare il fatturato del 2016.

1.2. Stimare in quanto tempo il fatturato del 2013 aumenterà del 50%.

2017

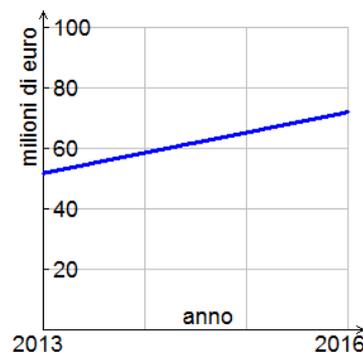
Svolgimento. 1.1. Nell'immagine a lato il grafico della funzione f .

Tenuto conto che l'anno zero corrisponde al 2013, per stabilire il fatturato del 2016 valutiamo

$$f(3) = 71,96 \text{ milioni di euro}$$

1.2. Osserviamo che, secondo il modello, il fatturato del 2013 (anno zero) è pari a 51,74 milioni di euro. Per stimare il tempo necessario per un incremento del 50% è sufficiente risolvere l'equazione

$$f(t) = 2 \cdot f(0) \Leftrightarrow 6,74t + 51,74 = 1,5 \cdot 51,74 \Rightarrow t \cong 4$$



Di conseguenza, se il trend è rimasto invariato, nel 2017 il fatturato Mares ha raggiunto una volta e mezzo quello del 2013.

2. L'estate dell'e-bike

Sicura, leggera e green: è record di vendite (+121%) per la bici a pedalata assistita.

Fonte: la Repubblica 27.7.2017 Dati: Ancma

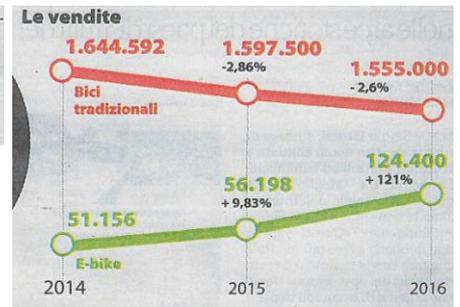
Come funziona

La batteria
 E' situata nel portapacchi o sul telaio
 E' rimovibile e si può ricaricare anche dall'impianto di casa

Per una ricarica completa occorrono **2-3 ore**
 Esistono batterie da **300 a 600 Wh**

Il tipo più potente garantisce un'autonomia dai **40 ai 180 km** (a seconda della potenza richiesta alla bici e del tracciato)

Il motore elettrico
 Si attiva automaticamente, ma funziona solo quando girano i pedali
 Ha una potenza massima di **250 W/36 volt**

2.1. Dopo aver stimato il tasso medio annuo di vendite, costruire un modello che descriva le vendite di e-bike e di bici tradizionali dal 2014 al 2016 (formulazione e grafico).

2.2. Dall'immagine possiamo dedurre che ben presto le vendite di e-bike supereranno quelle delle bici tradizionali, il modello conferma tale congettura?

NO

2.1. Svolgimento. Dai dati deduciamo i tassi medi annui:

$$\text{bici tradizionali: } \frac{1.555.000 - 1.644.592}{2} \cong -44.796$$

$$\text{e-bike: } \frac{124.400 - 51.156}{2} \cong 36.622$$

FORMULAZIONE

Pertanto, otteniamo i due modelli, ove il tempo t (anni) è valutato a partire dall'anno zero corrispondente al 2014

vendita bici tradizionali: $b(t) = 1.644.592 - 44.796t$ (grafico Fig.1)

vendita e-bike: $e(t) = 55.156 + 36.622t$ (grafico Fig.2)

GRAFICO

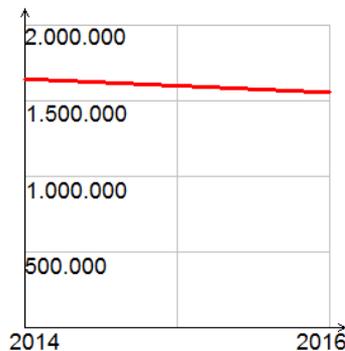


Fig.1

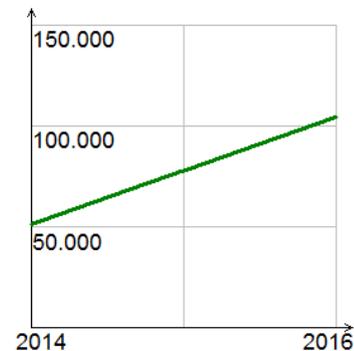


Fig.2

2.2. Si osservi che i grafici di Fig.1 e Fig.2 sono riferiti a due sistemi di riferimento con diversa scala nell'asse delle ordinate, in quanto tengono conto della unità di grandezza delle vendite delle due tipologie di biciclette.

Se vogliamo confrontare i due fenomeni, dobbiamo riportare entrambi i grafici nello stesso sistema di riferimento (Fig.3). Dall'immagine appare evidente che la rappresentazione del quotidiano non è corretta e la congettura è falsa.

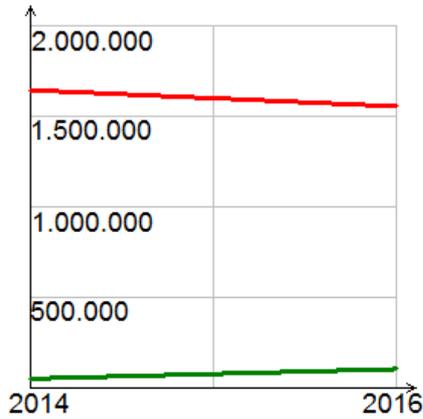


Fig.3

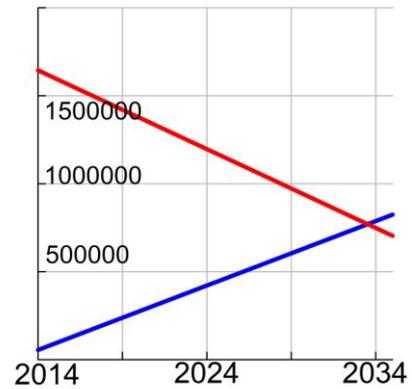


Fig.3

Se vogliamo valutare quantitativamente quando dovrebbe avvenire il sorpasso, dobbiamo risolvere il sistema seguente

$$\begin{cases} y = 1.644.592 - 44.796t \\ y = 55.156 + 36.622t \end{cases} \Rightarrow 81.481t = 1.589.436 \Rightarrow t = \frac{1.589.436}{81.481} \cong 19,506 \cong 20$$

cioè dovremmo aspettare circa 20 anni! Un tempo largamente fuori scala nell'immagine del quotidiano. Inoltre sarebbe un tempo troppo lungo perché il modello possa essere ancora significativo.

3. Meno pistole più internet

Le rapine a mano armata sono in calo, cresce, in compenso, il cybercrime. In tutta Italia, nel 2016, i colpi messi a segno sono stati meno di uno al giorno. Un crollo del 90 per cento se si rapportano ai quasi 3.000 colpi del 2007, appena dieci anni fa. Nel 2016 gli attacchi cybercrime alle banche sono cresciuti del 64%.
Fonte: il Venerdì' 16.6.2017

3.1. Costruire un modello che descriva l'andamento delle rapine a mano armata negli ultimi 10 anni.

$$r(t) = \frac{44}{3}t^2 - \frac{1276}{3}t + 3000$$

3.2. Sulla base del modello, stimare quando è previsto che le rapine raggiungeranno il minimo.

2019

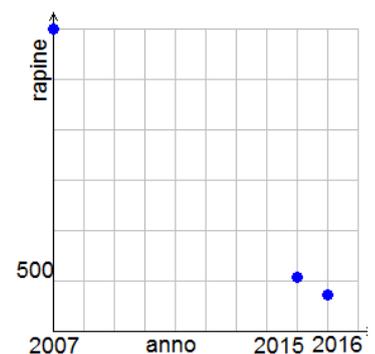
Svolgimento. 3.1. Riscalando i tempi si ottengono i dati in tabella

Anno	2007	2015	2016
	0	8	9
Numero rapine	3.000	536	360

Adottiamo un modello parabolico del tipo

$$r(t) = at^2 + bt + c \quad t \geq 0$$

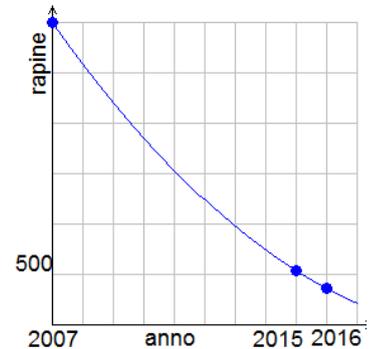
ove il tempo t (anni) è misurato a partire dall'anno zero corrispondente al 2007. Si tratta pertanto di risolvere il sistema lineare



$$\begin{cases} c = 3000 \\ 64a + 8b + c = 536 \\ 81a + 9b + c = 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3000 \\ 8a + b = -308 \\ 81a + 9b = -2640 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3000 \\ a = \frac{44}{3} \\ b = -\frac{1276}{3} \end{cases}$$

ottenendo la parabola (vedi grafico a lato)

$$r(t) = \frac{44}{3}t^2 - \frac{1276}{3}t + 3000$$



3.2. Il punto di minimo della parabola è l'ascissa del vertice $t_{min} = -\frac{b}{2a} = \frac{1276}{88} = 14,5$ che corrisponderebbe all'anno 2022, con $r(14,5) \cong -83,66$.

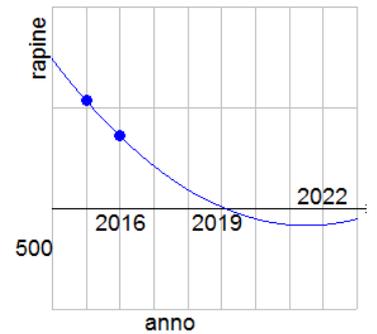
Osserviamo però che, per la significatività del modello, deve risultare $r(t) \geq 0$; quindi il minimo compatibile si ottiene quando la funzione raggiunge quota zero ovvero

$$r(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{44}{3}t^2 - \frac{1276}{3}t + 3000 = 0$$

da cui

$$t = \frac{319 - \sqrt{2761}}{22} \cong \begin{matrix} \longrightarrow \cong 12 \\ \longrightarrow \cong 17 \end{matrix}$$

In definitiva, secondo il modello, nel 2019 (corrispondente a $t = 12$) si azzererebbero le rapine a mano armata. Probabilmente una prospettiva troppo rosea ...



GRIGLIA DI VALUTAZIONE	Punteggio max.	
1. Mares: abbiamo messo tutti in maschera	1.1 risposta	1
	1.1 motivazioni	2
	1.2 risposta	1
	1.2 motivazioni	3
	commento	1
2. L'estate dell'e-byke	2.1 risposta	1
	2.1 motivazione	4
	2.2 risposta	1
	2.2 motivazione	3
	commento	1
3. Meno pistole più internet	3.1 risposta	1
	3.1 motivazione	5
	3.2 risposta	1
	3.2 motivazione	4
	commento	1
	TOTALE	30

N.B. Poiché la valutazione degli elaborati è finalizzata anche alla selezione dei finalisti, chiediamo di evitare valutazioni ex-equo, utilizzando tutte le voci della griglia e, se necessario, ricorrendo a frazioni di punto, tenendo conto del tempo impiegato.

La presenza di valutazioni ex-equo imporrà la sospensione dell'intera valutazione nell'attesa della presa visione degli elaborati da parte della Commissione M&R.

Se ciò non dovesse avvenire in tempo utile, gli iscritti della sezione in questione verranno esclusi dalla finale.