

Matematica & Realtà

I Fase Gara di Modellizzazione - Test finale 2016-2017

Tempo massimo per lo svolgimento: 90 min

Nome Cognome

Tempo impiegato per lo svolgimento (in minuti, da trascrivere a cura del tutore di aula)

Sezione Intermedia

Rispondere ai quesiti seguenti motivando brevemente le risposte ed aggiungendo eventualmente un commento sul risultato ottenuto.

1. Il ponte di Bassano ha bisogno di una mano ____

____ e non solo di vernice. Dopo secoli di vita e di storia, lo straordinario monumento (uno dei dieci grandi ponti lignei d'Europa) è in fase di ristrutturazione per tornare più bello di prima. Il ponte di Bassano è uno dei luoghi più affascinanti e romantici d'Italia. Distrutto molte volte dalla furia del fiume o dell'uomo è sempre stato ricostruito secondo le tecniche ed il progetto del Palladio del 1569, che risolse in maniera geniale ed altamente scenografica il passaggio sul fiume Brenta.



E' stato firmato ieri il verbale di consegna dei lavori per il restauro. Fonte: Il Gazzettino Vicenza-Bassano, 3 marzo 2017

L'ultimo restauro strutturale del ponte risale al 1966, dopo la rovinosa piena del 4 novembre di quell'anno.

E si arriva all'altro ieri, quando gli strumenti di monitoraggio hanno rivelato una situazione non più sostenibile: negli ultimi tre mesi il ponte si stava abbassando alla velocità di3..... centimetri al mese.

Fonte: Famiglia Cristiana, 11 marzo 2016

Assunto che il trend denunciato nell'articolo sia rimasto invariato, la funzione $h(t) = h_0 - 0,03t$ $t \geq 0$ descrive l'altezza del ponte di Bassano (metri) al passare del tempo t (mesi).

1.1. Riempire lo spazio dei puntini.

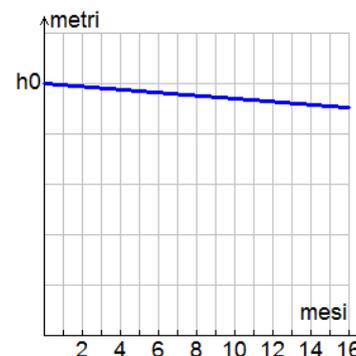
1.2. Di quanti centimetri si è abbassato il ponte alla data della firma inizio lavori?

45 cm

1.1 La funzione h è una retta, ovviamente decrescente (coefficiente angolare negativo). Il coefficiente angolare rappresenta la riduzione in m/mese.

Traducendo l'unità di misura in cm/mese, risulta

$$0,03 \text{ m/mese} = 3 \text{ cm/mese}$$



1.2 Il periodo dicembre 2016 (tre mesi prima della data dell'articolo: 11 marzo 2016) - 2 marzo 2017 corrisponde a 15 mesi, quindi l'abbassamento medio mensile è pari a

$$h(15) - h_0 = h_0 - 0,03 \cdot 15 - h_0 = -0,45 \text{ m}$$

ovvero il ponte si è abbassato di 45 centimetri.

Commento (di M&R): Cercando informazioni un po' più articolate, si scopre che in realtà non si è abbassato l'intero ponte, ma solo una delle campate centrali a causa del cedimento di uno dei pilastri su cui poggia.

2. Buco dell'ozono

Il buco dell'ozono è una riduzione dello strato di ozono stratosferico (ozonosfera) che si verifica, principalmente in primavera, sopra le regioni polari.

https://it.wikipedia.org/wiki/Buco_nell'ozono

Il buco dell'ozono nel mese di ottobre ha raggiunto livelli record. Secondo i dati forniti dalla Nasa, la falla nello strato di gas che protegge la Terra dai raggi ultravioletti si estende sull'Antartide per 28,2 milioni di chilometri quadrati, mentre l'anno precedente era larga "solo 24,1". L'Organizzazione Mondiale della Meteorologia prevede un miglioramento, probabilmente non prima del 2070. Fonte: L'Espresso 18 febbraio 2016

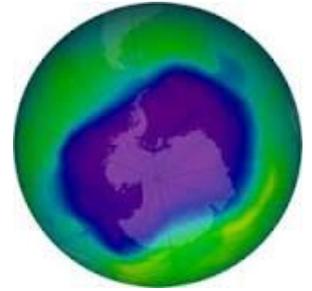


Immagine del più grande buco nell'ozono sopra l'Antartico mai registrato (Settembre 2006). Foto: NASA

2.1. Assunto che il trend resti invariato, costruire un modello che descriva l'area (km²) in funzione del tempo (anni).

$$A(t) = 24,1 + 4,1t \quad t \geq 0$$

Sulla base del modello rispondere ai quesiti seguenti.

2.2. Stabilire in quale anno l'area sarà quadruplicata.

2032

2.3. Stimare il rapporto ρ fra l'area nel 2070 e quella iniziale.

$\rho \cong 10,52$

2.4. Valutare il corrispondente rapporto dei diametri in funzione di ρ .

$\sqrt{\rho} \cong 3,24$

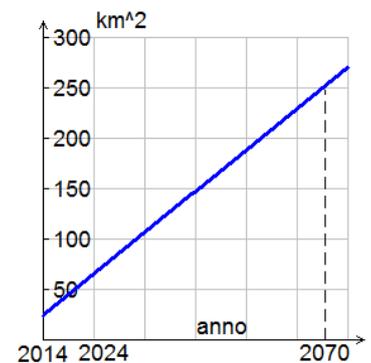
2.1. Dai dati forniti nell'articolo, deduciamo che in un anno il buco è aumentato di $28,2 - 24,1 = 4,1$ milioni di km².

Assunto come anno zero il 2014, possiamo adottare il modello lineare seguente

$$A(t) = 24,1 + 4,1t \quad t \geq 0$$

ove t è il tempo (in anni) a partire dal 2014.

Il grafico della funzione è riportato nell'immagine a lato.



2.2. Dobbiamo risolvere l'equazione

$$A(t) = 4A(0) \Leftrightarrow 24,1 + 4,1t = 4 \cdot 24,1$$

la cui soluzione è

$$t = \frac{3 \cdot 24,1}{4,1} = \frac{72,3}{4,1} \cong 17,63$$

In conclusione l'area sarà quadruplicata in circa 18 anni a partire dal 2014 ovvero nel 2032.

2.3. Sulla base della funzione di cui al punto 2.1. si deduce

$$\rho = \frac{A(56)}{A(0)} = \frac{24,1 + 4,1 \cdot 56}{24,1} = \frac{253,7}{24,1} \cong 10,52$$

Commento. L'area nel 2070 sarebbe oltre dieci volte quella nel 2014!

2.4. Indicato con $d(t)$ il diametro del cerchio al tempo t , si deduce:

$$d(t) = 2\sqrt{\frac{A(t)}{\pi}}$$

da cui

$$\frac{d(56)}{d(0)} = \frac{2\sqrt{\frac{A(56)}{\pi}}}{2\sqrt{\frac{A(0)}{\pi}}} = \sqrt{\frac{A(56)}{A(0)}} = \sqrt{\rho} \cong 3,24$$

L'area nel 2070 sarebbe oltre 10 volte quella nel 2014 e il suo diametro sarebbe più del triplo di quello del 2014!

Commento: nella foto della NASA l'estensione del buco dell'ozono è circa la metà della superficie di un emisfero. Se la superficie aumentasse nel 2070 di un fattore 10, rispetto all'attuale, probabilmente l'ozonosfera sparirebbe completamente con gravi conseguenze per la salute degli esseri viventi.

3. Fuga dalla Champions

Mediaset sta giocando la sua prima Champion in esclusiva, fra trasmissioni in chiaro e a pagamento, dopo anni di coabitazione con i rivali di Sky Italia. Ha pagato a peso d'oro l'esclusiva del calcio europeo che conta: l'asta per conquistare in esclusiva i diritti TV delle Champions 2015/16; 2016/17; 2017/18 è costata 690 milioni di euro. Ma i risultati sono molto deludenti.



La funzione $s(t) = 5,156 - 0,848t - 0,163t^2$ $0 \leq t \leq 2$ descrive il numero medio (in milioni) dei video-spettatori dalla stagione 2013-14 alla stagione 2015-16. Fonte: L'Espresso 30 dicembre 2015 (Modello elaborato da M&R)

3.1. Sulla base del modello, descrivere qualitativamente l'andamento del numero dei video-spettatori.

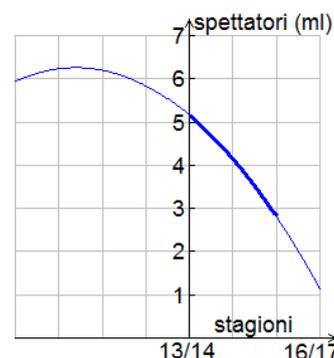
3.1 La funzione rappresenta un ramo di una parabola con la concavità rivolta verso il basso.

L'ascissa del vertice, che è il punto di massimo, è negativa in quanto i coefficienti dei termini di I e II grado sono concordi, quindi il ramo è discendente.

Precisamente risulta

$$t_v = -\frac{0,848}{2 \cdot 0,163} \cong -2,6$$

$$s_v = s(t_v) = 5,156 + 0,848 \cdot 2,6 - 0,163 \cdot (2,6)^2 \cong 6,25$$



3.2. Stimando il numero di video-spettatori nella stagione 2016/17 per mezzo del modello, determinare il costo medio a video-spettatore sostenuta da Mediaset per le Campions 2015/16 e 2016/17.

circa 116 €

Secondo il modello, la media degli spettatori delle stagioni 2015/16 e 2016/17 sarebbe

$$s(2) + s(3) = 2,808 + 1,145 = 3,953 \text{ milioni}$$

cioè 3.953.000

Tenuto conto che Mediaset ha pagato 690.000.000 €, per un triennio, il costo delle stagioni in questione è pari a 460 milioni di euro. Si può quindi stimare un costo per ogni video-spettatore pari a

$$\frac{460 \cdot 10^6}{3,953 \cdot 10^6} \cong 116,36 \text{ €}$$

Commento M&R: Tenuto conto che l'abbonamento mensile a Premium (solo via web) è in offerta a 25 € per 8 mesi, le spese "vive" di questo biennio sarebbero ripagate! Resta da vedere cosa succederà la prossima stagione.

Fonte: <http://www.mediasetpremium.it/acquista/promo-tuttopremium/>

GRIGLIA DI VALUTAZIONE	Punteggio max.	
1. Il ponte di Bassano	1.1. risposta	1
	1.1. motivazioni	2
	1.2. risposta	1
	1.2. motivazioni	2
	commento	2
2. Buco dell'ozono	2.1 risposta	1
	2.1 motivazione	2
	2.2 risposta	1
	2.2 motivazione	1
	2.3 risposta	1
	2.3 motivazione	1
	2.4 risposta	1
	2.4 motivazione	2
	commento	2
3. Fuga dalla Champions	3.1 risposta+motivazione	4
	3.2 risposta	1
	3.2 motivazione	3
	commento	2
	TOTALE	30

N.B. Poiché la valutazione degli elaborati è finalizzata anche alla selezione dei finalisti, raccomandiamo vivamente di evitare valutazioni ex-equò, tenendo conto del tempo impiegato, utilizzando tutte le voci della griglia e, se necessario, ricorrendo a frazioni di punto.