

Matematica & Realtà

I Fase Gara di Modellizzazione - Test finale 2017-2018

Tempo massimo per lo svolgimento: 90 min

Nome Cognome

Tempo impiegato per lo svolgimento (in minuti, da trascrivere a cura del tutore di aula)

Sezione Avanzata

Rispondere ai quesiti seguenti motivando brevemente le risposte ed aggiungendo eventualmente un commento sul risultato ottenuto.

1. Mares: abbiamo messo tutti in maschera

All'inizio era un garage di Rapallo. Inizia qui la storia dell'impresa fondata nel '49 da Ludovico Mares che oggi è un'azienda lider al mondo nel mercato della subacquea. Una struttura di 6.000 metri quadri su due piani ospita gli uffici. La produzione è suddivisa in vari stabili, in Italia e Bulgaria. Ovviamente, rispetto alle prime maschere che Ludovico confezionava a mano, si è allargato il ventaglio dei prodotti diving, jacket, pinne, maschere, erogatori e fucili subacquei, fino ad arrivare ai computer subacquei. Il modello

$$f(t) = 51,41 \cdot 10^{0,0477t} \quad t \geq 0$$

descrive il fatturato mondiale di Mares dal 2013 al 2016 (in milioni di euro).

Fonte: Affari&Finanza 5.6.2017 (elaborazione dati a cura d M&R)



1.1. Valutare il fatturato del 2016.

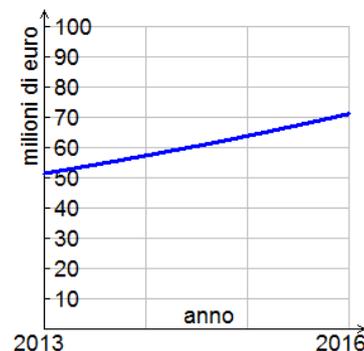
71,5 milioni di euro

1.2. Stimare il tempo di raddoppio del fatturato di Mares.

circa 6 anni

Svolgimento. 1.1. Poiché l'anno zero, corrisponde al 2013, per rispondere ai quesito, valutiamo

$$f(3) = 51,41 \cdot 10^{0,0477 \cdot 3} \cong 71,47 \text{ milioni di euro}$$



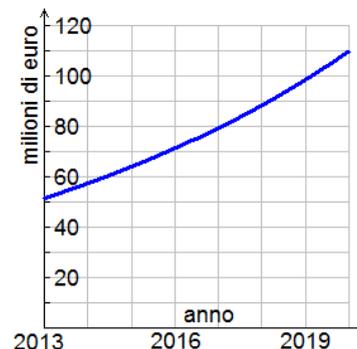
1.2. Per rispondere al quesito, risolviamo l'equazione esponenziale

$$f(t) = 2 \cdot f(0)$$

ovvero

$$251,41 \cdot 10^{0,0477t} = 2 \cdot 251,41 \Rightarrow t \cong 6,31 \text{ anni}$$

Risultato confermato anche dal grafico a lato.



2. Il latino: la nuova vita della lingua morta

Oltre tremila studenti si presenteranno ad aprile, in tutta Italia, ai test che certificano le conoscenze dell'antico idioma. Sul modello degli esami "Cambridge" per la lingua inglese. La supervisione è affidata alla Consulta dei professori universitari di latino.



Fonte: la Repubblica, 14.2.2018



Cicerone denuncia Catilina in Senato affresco del XIX secolo

2.1. Assunto un fenomeno di crescita esponenziale, costruire un modello che descriva la crescita % degli studenti iscritti al liceo classico in Italia

$$L_n = 6(1,0374)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

oppure

$$L(t) = 6e^{0,0367t} \quad t \geq 0$$

2.2. Confrontare la crescita dell'interesse per il latino in Italia (iscrizioni al liceo classico) e nel Regno Unito (diffusione dei corsi di latino nelle scuole statali).

Svolgimento. 2.1. (Modello discreto) Assumiamo come anno zero l'a.s. 2015/16 e denotiamo con L_n la percentuale degli studenti iscritti al liceo classico nell' n -esimo anno (a partire dall'anno zero). Il modello è quindi del tipo

$$\begin{cases} L_0 \text{ start} \\ L_{n+1} = L_n + k L_n \end{cases} \Rightarrow L_n = L_0(1+k)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

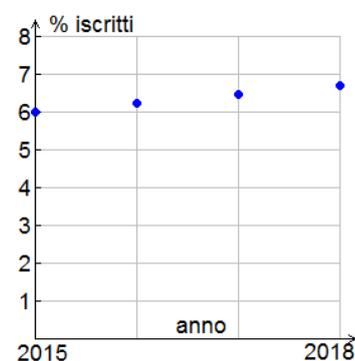
ove k è il tasso di crescita annuale (della percentuale di iscritti al liceo classico).

Sulla base dei dati risulta

$$\begin{cases} L_0 = 6 \\ L_3 = 6,7 \end{cases} \Rightarrow 6,7 = 6(1+k)^3 \Rightarrow k = 0,0374\%$$

In conclusione si ottiene il modello (vedi grafico a lato)

$$L_n = 6(1,0374)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

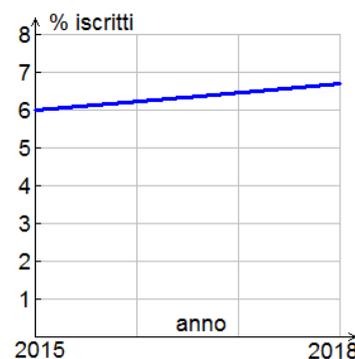


2.1. (Modello continuo) Adottiamo un modello esponenziale del tipo $L(t) = L_0 e^{ht}$ ove t è il tempo (anni) a partire dall'anno zero, corrispondente all'a.s. 2015/16, ed $L(t)$ è la percentuale degli studenti iscritti al liceo classico al tempo t . Sulla base dei dati, risulta

$$\begin{cases} L_0 = 6 \\ L(3) = 6,7 \end{cases} \Rightarrow 6,7 = 6e^{3h} \Rightarrow h = 0,0367$$

In conclusione si ottiene il modello (vedi grafico a lato)

$$L(t) = 6e^{0,0367t} \quad t \geq 0$$



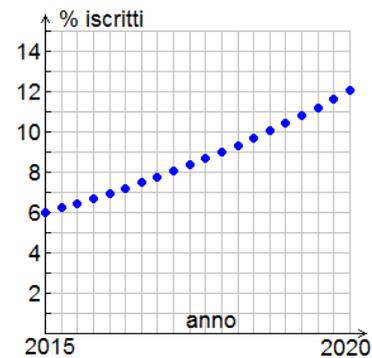
2.2. Dai dati conosciamo il tempo di raddoppio della diffusione dei corsi di latino nel Regno Unito: circa 4 anni. Possiamo confrontare i due fenomeni, paragonando i rispettivi tempi di raddoppio.

Valutiamo il tempo di raddoppio delle iscrizioni al liceo classico.

(Modello discreto) Per determinare il tempo di raddoppio, è sufficiente risolvere l'equazione

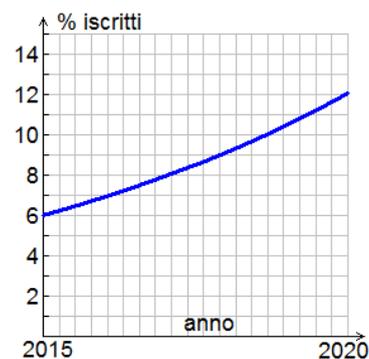
$$L_n = 2L_0 \Leftrightarrow L_0(1,0374)^n = 2L_0 \Leftrightarrow (1,0374)^n = 2 \Rightarrow n \cong 19 \text{ anni}$$

A conferma di quanto appena valutato, come si vede dal grafico, nel 2020 la percentuale sarebbe del 12%.



2.2. (Modello continuo) Per determinare il tempo di raddoppio, è sufficiente risolvere l'equazione

$$L(t) = 2L_0 \Leftrightarrow e^{0,0367t} = 2 \Rightarrow x \cong 18,8 \cong 19 \text{ anni}$$



Commento. Il tempo di raddoppio del fenomeno Italiano è quasi 5 volte quello del fenomeno Inglese.

3. Lampada da tavolo

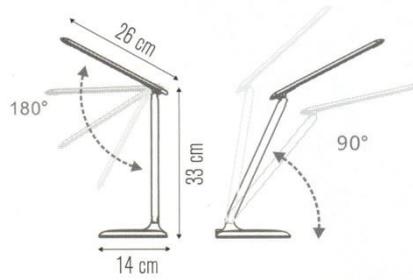
Marco ha appena acquistato una nuova lampada da tavolo a luci LED (colorate).

La struttura è pieghevole:

il primo braccio da 0° a 90° ; il secondo da 0° a 180° .

Marco orienta la sua lampada da tavolo in modo che il secondo braccio sia orizzontale; misura la distanza fra la zona del tavolo di massima illuminazione e il fulcro di base della lampada: 38 cm circa.

Stimare l'angolo di inclinazione del primo braccio.



68° 40'



Svolgimento. Dalla figura e dai dati, si deduce che

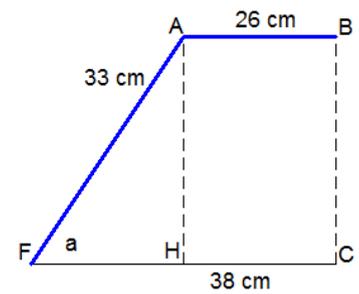
$$\overline{FH} = \overline{FC} - \overline{AB} = 38 - 26 = 12 \text{ cm}$$

Ricorrendo al teorema dei seni nel triangolo FAH , risulta

$$\cos a = \frac{\overline{FH}}{\overline{FA}} = \frac{12}{33}$$

da cui

$$a \cong 68,87^\circ \cong 68^\circ 40'$$



GRIGLIA DI VALUTAZIONE	Punteggio max.	
1. Mares: abbiamo messo tutti in maschera	1.1 risposta	1
	1.1 motivazioni	2
	1.2 risposta	1
	1.2 motivazioni	3
	commento	1
2. Il latino: la nuova vita della lingua morta	2.1 risposta	1
	2.1 motivazione	4
	2.2 risposta	1
	2.2 motivazione	5
	commento	1
3. Lampada da tavolo	3. risposta	1
	3. motivazione	8
	commento	1
	TOTALE	30

N.B. Poiché la valutazione degli elaborati è finalizzata anche alla selezione dei finalisti, chiediamo di evitare valutazioni ex-equò, utilizzando tutte le voci della griglia e, se necessario, ricorrendo a frazioni di punto, tenendo conto del tempo impiegato.

La presenza di valutazioni ex-equò imporrà la sospensione dell'intera valutazione nell'attesa della presa visione degli elaborati da parte della Commissione M&R.

Se ciò non dovesse avvenire in tempo utile, gli iscritti della sezione in questione verranno esclusi dalla finale.